2011年 理系 第3問

$\boxed{3}$ 数列 $\{a_n\}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ は，漸化式

$$(n+3)a_{n+1}-(2n+4)a_n+(n+1)a_{n-1}=0 \quad (n \geqq 2)$$

を満たしている．次の問いに答えよ．

(1) $b_n=a_{n+1}-a_n$ とおく．b_n を b_{n-1} $(n \geqq 2)$ で表せ．

(2) b_n を n と b_1 を用いて表せ．

(3) $a_1=\dfrac{1}{3}$，$a_2=\dfrac{1}{2}$ であるとき，a_n を求めよ．

(4) (3)で求めた a_n に対して，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}(a_n)^n$ を求めよ．