



2010年理系第2問

2 平面上の四角形OABCについて、 $OA = OB = 1$ 、 $OC = \frac{\sqrt{7}}{3}$ および $\vec{OC} = \vec{OB} - \frac{2}{3}\vec{OA}$ が成り立っているとする。 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ とおく。次の をうめよ。

$CB =$ 1 , $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ 2 であり、 $\angle AOB$ は 3 度である。

$t > 0$ とし、直線OA上に点Dを $\vec{OD} = t\vec{OA}$ となるようにとる。このとき、線分OBと線分CDとの交点をPとおくと、 t を用いて $\vec{OP} =$ 4 \vec{b} と書ける。

$\triangle OPD$ の重心Gが $\triangle OAB$ の内部または周上にあるような t の範囲は $0 < t \leq$ 5 である。また、 $\triangle OPD$ の外心をRとおくと、 $\vec{OR} -$ 6 \vec{OD} と \vec{a} が垂直であり、 $\vec{OR} -$ 6 \vec{OP} と \vec{b} も垂直であることから、 $t = \frac{1}{3}$ のとき、 $\vec{OR} =$ 7 $\vec{a} +$ 8 \vec{b} であり、 $|\vec{OR}| =$ 9 である。