宮城教育大学

2012年 教育学部（中等数学） 第4問

4 関数 $f(x)=2\sin x-x\cos x\ (0\leqq x\leqq \pi)$ について，次の問いに答えよ．

(1) $f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とするとき，$\dfrac{\pi}{2}\leqq a\leqq \pi$ および $f'(a)=0$ を満たす a がただ1つ存在することを示せ．

(2) (1) の a を用いて，関数 $y=f(x)$ の増減，グラフの凹凸および変曲点を調べ，そのグラフの概形をかけ．

(3) (1) の a について，$0<t<a$ とするとき，

$$S(t)=\int_0^a |f(x)-f(t)|\,dx$$

が最小となるような t の値を a を用いて表せ．