0001820459718999

南山大学

2014年 情報理工学部 第2問

数理 石井K

うーん、旧旧課程？1997年くらい以前では空間の方程式やってたからかんたんだけど今の課程でやるとベクトルの内積でちょっと大変かも

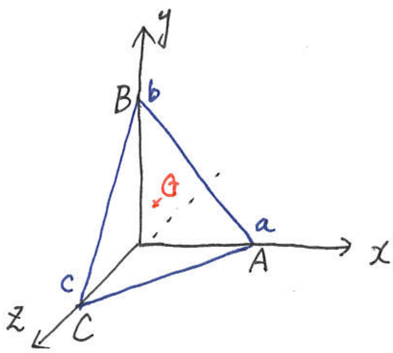
2 $a>0$, $b>0$, $c>0$ とする．原点をOとする座標空間に3点 A$(a,\ 0,\ 0)$, B$(0,\ b,\ 0)$, C$(0,\ 0,\ c)$ をとり，△ABCの重心をGとする．

(1) Gの座標を a, b, c で表せ．

(2) Gを通り，$\overrightarrow{OG}$ と垂直な平面を α とし，α と x 軸，y 軸，z 軸との交点をそれぞれP, Q, Rとする．P, Q, Rの座標を a, b, c で表せ．

(3) (2)のP, Q, Rについて，$\overrightarrow{PQ}$ と $\overrightarrow{PR}$ のなす角を θ とする．$\cos\theta$ を a, b, c で表せ．

(1) $G\left(\frac{a}{3},\ \frac{b}{3},\ \frac{c}{3}\right)$ //



(2) (1)より. α は.

むかし風

$$a\left(x-\frac{a}{3}\right)+b\left(y-\frac{b}{3}\right)+c\left(z-\frac{c}{3}\right)=0$$

$y=z=0$ を代入して.

$$a\left(x-\frac{a}{3}\right)=\frac{b^2+c^2}{3} \qquad \therefore P\left(\frac{a^2+b^2+c^2}{3a},\ 0,\ 0\right) \text{//}$$

同様にして. $Q\left(0,\ \frac{a^2+b^2+c^2}{3b},\ 0\right)$, $R\left(0,\ 0,\ \frac{a^2+b^2+c^2}{3c}\right)$ //

(3) $\overrightarrow{PQ}=\left(-\frac{a^2+b^2+c^2}{3a},\ \frac{a^2+b^2+c^2}{3b},\ 0\right)$, $\overrightarrow{PR}=\left(-\frac{a^2+b^2+c^2}{3a},\ 0,\ \frac{a^2+b^2+c^2}{3c}\right)$

$$\therefore |\overrightarrow{PQ}|=(a^2+b^2+c^2)\sqrt{\frac{1}{9a^2}+\frac{1}{9b^2}}=\frac{(a^2+b^2+c^2)\sqrt{a^2+b^2}}{3ab}$$

$$|\overrightarrow{PR}|=(a^2+b^2+c^2)\sqrt{\frac{1}{9a^2}+\frac{1}{9c^2}}=\frac{(a^2+b^2+c^2)\sqrt{a^2+c^2}}{3ac}$$

$$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PR}=\frac{(a^2+b^2+c^2)^2}{9a^2} \qquad \therefore \cos\theta=\frac{\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PR}}{|\overrightarrow{PQ}||\overrightarrow{PR}|}$$

$$=\frac{(a^2+b^2+c^2)^2\cdot bc}{(a^2+b^2+c^2)^2\sqrt{(a^2+b^2)(a^2+c^2)}}$$

$$=\frac{bc}{\sqrt{(a^2+b^2)(a^2+c^2)}} \text{//}$$