2015年 理系 第4問

$\boxed{4}$ 座標空間内の8点

$(0,\ 0,\ 0)$, $(1,\ 0,\ 0)$, $(1,\ 1,\ 0)$, $(0,\ 1,\ 0)$, $(0,\ 0,\ 1)$, $(1,\ 0,\ 1)$, $(1,\ 1,\ 1)$, $(0,\ 1,\ 1)$

を頂点とする立方体を考える．$0 < t < 3$ のとき，3点 $(t,\ 0,\ 0)$, $(0,\ t,\ 0)$, $(0,\ 0,\ t)$ を通る平面でこの立方体を切った切り口の面積を $f(t)$ とし，$f(0) = f(3) = 0$ とする．関数 $f(t)$ について，次の問いに答えよ．

(1) $0 \leqq t \leqq 3$ のとき，$f(t)$ を t の式で表せ．

(2) 関数 $f(t)$ の $0 \leqq t \leqq 3$ における最大値を求めよ．

(3) 定積分 $\displaystyle\int_0^3 f(t)\,dt$ の値を求めよ．