

2012年 第1問

1 次の問に答えなさい。

(1) 式 $8x^2 - 2x - 15$ を因数分解すると、

$$(\boxed{1}x - \boxed{2})(\boxed{3}x + \boxed{4})$$

$$(2x - 3)(4x + 5)$$

となる。

(2) x に関する2次方程式 $2x^2 - (2m - 3)x - 3m = 0$ が重解を持つとき、 $m = \boxed{5}$ である。

$$(3) \frac{\sqrt{6}}{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \boxed{6} (\sqrt{\boxed{7}} - \sqrt{\boxed{8}}) \text{ である。}$$

$$6(\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

(4) $\frac{3\sqrt{2} - 4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ より大きい整数のうち、最小の整数は $\boxed{9}$ である。

(5) 4点 A, B, C, D を頂点とする長方形の辺 AB の長さを a とする。さらに4点 E, F, G, H があり、4つの三角形 ABE, 三角形 BCF, 三角形 CDG, 三角形 DAH はすべて長方形 ABCD の外側にある正三角形であるとする。このとき、点 A, E, B, F, C, G, D, H, A をこの順に線分で結んでできる図形の周の長さを L とする。

L を一定とするとき、長方形 ABCD の面積が最大になるのは $a = \boxed{10}$ のときで、そのときの長方形 ABCD の面積は $\boxed{11}$ である。

$$(1) 8x^2 - 2x - 15 = (2x - 3)(4x + 5)$$

$$(2) \text{判別式 } D = (2m - 3)^2 - 4 \times 2 \times (-3m)$$

$$= 4m^2 + 12m + 9$$

$$= (2m + 3)^2$$

$D = 0$ のとき重解をもつ。

$$(2m + 3)^2 = 0 \quad \therefore m = -\frac{3}{2}$$

$$(3) (\text{分母}) = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{6}}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{6}}} = \frac{6}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{6(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

$$= \frac{6(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{1}$$

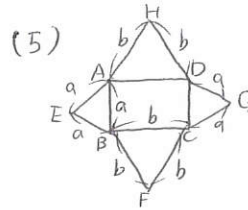
$$(4) \frac{3\sqrt{2} - 4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 3 - 2\sqrt{6} = 3 - \sqrt{24}$$

$16 < 24 < 25$ より、 $4 < \sqrt{24} < 5$

$$-5 < -\sqrt{24} < -4$$

$$\underbrace{-5 + 3}_{-2} < 3 - \sqrt{24} < \underbrace{-4 + 3}_{-1}$$

よって求める整数は $\underline{-1}$



$AB = a, BC = b$ とすると、

左図より $L = 4a + 4b$

$$\therefore b = \frac{L}{4} - a$$

長方形 ABCD の面積を S とすると、

$$S = a \times b = a \left(\frac{L}{4} - a \right)$$

$$= - \left(a - \frac{L}{8} \right)^2 + \frac{L^2}{64}$$

S は $a = \frac{L}{8}$ のとき最大となり、そのときの

面積は $\underline{\frac{L^2}{64}}$ となる。