



2011年人文社会科学第2問

2 以下の問いに答えよ。

(1) 自然数  $n$  に関する次の命題を証明せよ。

(i)  $n$  を 3 で割った余りが 1 ならば、 $n^2$  を 3 で割った余りは 1 である。

(ii)  $n$  が 3 の倍数であることは、 $n^2$  が 3 の倍数であるための必要十分条件である。

(2) 100 から 999 までの 3 桁の自然数について、次の問いに答えよ。

(i) 3 種類の数字が現れるものは何個あるか。

(ii) 0 が現れないものは何個あるか。

(iii) 0 または 1 が現れるものは何個あるか。

(3) 1 から 49 までの自然数からなる集合を全体集合  $U$  とする。  $U$  の要素のうち、50 との最大公約数が 1 より大きいもの全体からなる集合を  $V$ 、また、  $U$  の要素のうち、偶数であるもの全体からなる集合を  $W$  とする。いま  $A$  と  $B$  は  $U$  の部分集合で、次の 2 つの条件を満たすものとする。

(ア)  $A \cup \bar{B} = V$

(イ)  $\bar{A} \cap \bar{B} = W$

このとき、集合  $A$  の要素をすべて求めよ。ただし、 $\bar{A}$  と  $\bar{B}$  はそれぞれ  $A$  と  $B$  の補集合とする。