

2013年工学部 第1問

1 次の各問題の に適する答えを記入せよ。

- (1) $\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}$ を簡単にすると となる。 35
- (2) $(0.98)^n < 0.5$ となる最小の整数 n は である。ただし $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 7 = 0.8451$ とする。
- (3) 和 $\frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \dots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$ を求めると となる。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad \sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} && \frac{n}{2(3n+2)} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ (\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}-1) \} \\
 &= \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\
 &= \underline{\underline{\sqrt{6}}} //
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad (0.98)^n < 0.5 &\Leftrightarrow n \log_{10} 0.98 < \log_{10} \frac{1}{2} \\
 &\Leftrightarrow n \cdot \log_{10} \frac{98}{100} < -\log_{10} 2 \\
 &\Leftrightarrow n \cdot (\log_{10} 2 + 2 \log_{10} 7 - 2) < -\log_{10} 2 \\
 &\Leftrightarrow n > \frac{\log_{10} 2}{2 - \log_{10} 2 - 2 \log_{10} 7} \\
 &= \frac{0.3010}{2 - 0.3010 - 2 \times 0.8451} \\
 &\doteq 34.2 \quad \therefore \text{最小の } n \text{ は } \underline{\underline{n=35}} //
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad (\text{和}) &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{8} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{11} \right) + \dots + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3n-1} - \frac{1}{3n+2} \right) \\
 &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3n+2} \right) \\
 &= \underline{\underline{\frac{n}{2(3n+2)}}} //
 \end{aligned}$$