2012年 商学部 第3問

$\boxed{3}$ 企業 X と企業 Y が，互いに競合する商品を販売しようとしている．両社は，販売する商品の特性を，ある程度の範囲の中から選ぶことが可能である．また，消費者の好みもさまざまである．この状況での企業の戦略決定を，次のモデルで考えてみよう．

企業 X が販売する商品の特性を x，企業 Y が販売する商品の特性を y，消費者の好みを t で表す．ただし，それぞれのとり得る値の範囲は，

$$0 \leqq x \leqq 1, \quad 0 \leqq y \leqq 1, \quad 0 \leqq t \leqq 1$$

とする．企業 X と Y は，まず，特性 x と y をそれぞれ決めるものとする．その結果は公表され，各企業は，相手の企業が決めた特性も知るものとする．以下，$x < y$ の場合に限定して考察する．第2段階として，企業 X は販売する商品の1個あたりの販売価格 p（円）を決め，同様に企業 Y は q（円）を決める．ただし，販売価格のとり得る値の範囲は，$p > 0$，$q > 0$ とする．一方，好み t を持つ消費者は，自分の好みと商品の特性および販売価格を考え合わせて，次のように商品を選択して購入するものとする．この消費者にとっての企業 X の商品の価値 V_X と企業 Y の商品の価値 V_Y が，U と c を正の定数として，

$$V_X = U - p - c(t-x)^2, \quad V_Y = U - q - c(t-y)^2$$

で定まるものとし，消費者は，自分にとっての価値が大きい方の商品を選択するものとする．問題の複雑化を避けるため，もし価値が等しければ，企業 X の商品を選択するものとする．また，いずれの場合でも，消費者は，選択した商品を必ず購入するものとする．

以下の設問において，太線の四角による表示のある問い，例えば $\boxed{(52)}$ や $\boxed{(53)}$ など，に対しては x，y，p，q，c のいずれかの文字が入る．x を入れる場合は1，y ならば2，p ならば3，q ならば4，c ならば5と解答しなさい．

(1) 消費者の選択に関する仮定から実数 $\bar{t}$ が定まり，好み t を持つ消費者は，$t \leqq \bar{t}$ であれば企業 X の商品を選び，$t > \bar{t}$ であれば企業 Y の商品を選ぶことがわかる．$\bar{t}$ の値を x，y，p，q，c を用いて表すと，

$$\frac{\boxed{(52)} + \boxed{(53)}}{\boxed{(54)}} + \frac{1}{\boxed{(55)}\ \boxed{(56)}} \cdot \frac{\boxed{(57)} - \boxed{(58)}}{\boxed{(59)} - \boxed{(60)}}$$

となる．

(2) 次に，企業の売上高に相当する値を定める．はじめに記したように，消費者の好みはさまざまであり，その好みが0と1の間に分布していると考えている．その分布の仕方を特定すれば，各消費者の選択を集約することにより，各企業の売上高を定めることができる．ここでは，企業 X の売上高に相当する評価値 T_X と，企業 Y の売上高に相当する評価値 T_Y を，

$$T_X = p\bar{t}, \quad T_Y = q(1-\bar{t})$$

と定め，これらの評価値を最大化する問題に置き換えて考える（ただし，$\bar{t}$ は(1)で求めたものである）．もう少し詳しく記すと，第2段階における，$x < y$ であることを前提とした価格設定がどのようになるか

をまず調べ，その決定の仕方を考慮に入れて，評価値が最大になる商品の特性を求める，という問題をいくつかのステップに分けて考える．

まず，T_X を p の関数と考える．ここで，T_X を p の関数と考えるということは，T_X の式の中に含まれる p 以外の文字，すなわち x，y，q，c はすべて定数と考える，ということである．この点に注意して，T_X が最大値をとる p の値を x，y，q，c を用いて表すと，

$$\frac{\boxed{61}}{\boxed{62}}+\frac{\boxed{63}(\boxed{64}+\boxed{65})(\boxed{66}-\boxed{67})}{\boxed{68}}$$

となる．

(3) 同様にして，T_Y を q の関数と考え，T_Y が最大値をとる q の値を x，y，p，c を用いて表すことができる．(2) の結果と合わせると，p と q についての連立 1 次方程式が得られる．この連立方程式の解を $\overline{p}$ と $\overline{q}$ とすると，$p=\overline{p}$，$q=\overline{q}$ において，T_X は p の関数として最大値をとり，同時に，T_Y は q の関数として最大値をとることがわかる．$\overline{p}$ の値を x，y，c を用いて表すと，

$$\frac{\boxed{69}}{\boxed{70}}(\boxed{71}-\boxed{72})(\boxed{73}+\boxed{74}+\boxed{75})$$

となり，$\overline{p}$ と $\overline{q}$ に対する $\overline{t}$ の値は，

$$\frac{\boxed{76}}{\boxed{77}}+\frac{\boxed{78}+\boxed{79}}{\boxed{80}}$$

と表される．

(4) 最後に，各企業の価格決定が今求めた $\overline{p}$ と $\overline{q}$ になることを前提として，企業 X は商品の特性 x を以下のように決定する．まず，$p=\overline{p}$，$q=\overline{q}$ として，T_X を x の関数と考える．次に，この関数 $T_X=f(x)$ が最大値をとる x の値を求める．その値を $\overline{x}$ とする．ここで，関数 $T_X=f(x)$ のグラフの概形を座標平面に描きなさい．ただし，関数の極値および極値をとる x の値を明記する必要はありません．

(5) 企業 Y もまったく同様にして，$p=\overline{p}$，$q=\overline{q}$ とし，T_Y を y の関数と考えて，その関数が最大値をとる y の値を求める．その値を $\overline{y}$ とする．$\overline{x}$ と $\overline{y}$ が決まれば，それらに対する $\overline{p}$ と $\overline{q}$ も確定する．これらの値の組は与えられた仮定を満たし，企業 X と Y にとって，お互いに最適な戦略決定になっている．最終的に求められた $\overline{x}$，$\overline{y}$，$\overline{p}$，$\overline{q}$，$\overline{t}$ それぞれの値を c を用いて表せ．