2014年 医学部 第3問

$\boxed{3}$ 以下の文章の空欄に適切な式を入れて文章を完成させなさい．また(3)(ii)に答えなさい．

放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{2}$ を $C$ で表す．$C$ 上にない点 $\mathrm{P}(X,\ Y)$ $\left(\text{ただし } Y<\dfrac{1}{2}X^2+\dfrac{1}{2}\right)$ から $C$ に引いた2本の接線のうち，接点の $x$ 座標が小さい方を $\ell_1$ とし，大きい方を $\ell_2$ とする．また $\ell_1$，$\ell_2$ と $C$ との接点をそれぞれ $\mathrm{Q}_1$，$\mathrm{Q}_2$ とする．

(1) 接線 $\ell_1$，$\ell_2$ の傾き $m_1$，$m_2$ はそれぞれ $m_1=\boxed{\text{あ}}$，$m_2=\boxed{\text{い}}$ である．

(2) $\mathrm{Q}_1$，$\mathrm{Q}_2$ における $C$ の法線をそれぞれ $L_1$，$L_2$ とするとき，$L_1$ と $L_2$ の交点Rの座標を $X$，$Y$ を用いた式で表すと

$$\left(\boxed{\text{う}},\ \boxed{\text{え}}\right)$$

である．

(3) $\angle \mathrm{Q}_1\mathrm{P}\mathrm{Q}_2$ が一定値 $\alpha$（ただし $0<\alpha<\pi$）となるような点 $\mathrm{P}(X,\ Y)$ の軌跡を $S(\alpha)$ で表す．

(i) $S\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ の方程式は $\boxed{\text{お}}$ である．

(ii) $\alpha \fallingdotseq \dfrac{\pi}{2}$ のときに $S(\alpha)$ を求めなさい．

(4) 点 $\mathrm{P}(X,\ Y)$ が $S\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ の上を動くとき，点Rが描く軌跡の方程式は $\boxed{\text{か}}$ である．