2014年 薬学部 第2問　1枚目／2枚　数理 石井K

$\boxed{2}$ Oを原点とする xy 平面上に円 $C : x^2+y^2=r^2$ と放物線 $D : y=\frac{1}{2}x^2-t$ がある．ただし r と t はそれぞれ正の実数の定数とする．点 $(0,\ -55)$ から放物線 D に傾きが正の接線を引くとき，その接線の傾きは $3\sqrt{6}$ である．放物線 D 上には x 座標がそれぞれ $-4\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$ である点P，Qがあり，円 C はこの2点P，Qを通る．このとき，

(1) $t=\boxed{40}\boxed{41}$ である．（2 8）

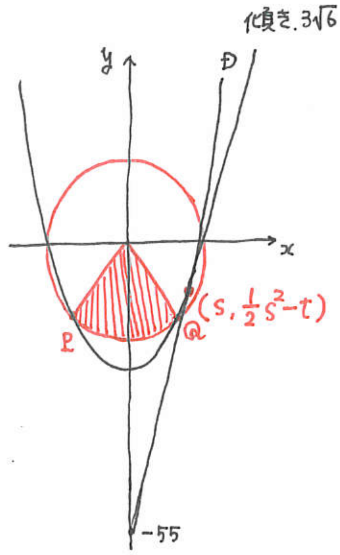
(2) $r=\boxed{42}$ である．（8）

(3) 円 C と2線分OP，OQで囲まれる2つの扇形のうち，∠POQ が π より小さい方の面積は $\dfrac{\boxed{43}\boxed{44}}{\boxed{45}}\pi$ である．（6 4 / 3）

(4) 円 C と放物線 D で囲まれた図形のうち，

$$\begin{cases} x^2+y^2 \geqq r^2 \\ y \geqq \dfrac{1}{2}x^2-t \end{cases}$$

で表される図形の面積は $\boxed{46}\boxed{47}\boxed{48}\sqrt{\boxed{49}}-\dfrac{\boxed{50}\boxed{51}}{\boxed{52}}\pi$ である．（1 4 4 3 − 6 4 / 3）



(1) Dと点 $(0,-55)$ から引いた接線の接点を $(s,\ \frac{1}{2}s^2-t)$ とおくと，

$y'=x$ より，接線は，$y=s(x-s)+\frac{1}{2}s^2-t$

すなわち，$y=sx-\frac{1}{2}s^2-t$

これが $(0,-55)$ を通るので，$-55=-\frac{1}{2}s^2-t$ …①

また，傾きは $3\sqrt{6}$ より，$s=3\sqrt{6}$ …②

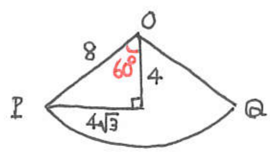
①，②より，$\underline{t=28}$ //

(2) $D : y=\frac{1}{2}x^2-28$ より，$P(-4\sqrt{3},\ -4)$

円Cは点Pを通るので，$(-4\sqrt{3})^2+(-4)^2=r^2$　$r>0$ より，$\underline{r=8}$ //

(3) 右の図より，$\angle POQ=120^\circ$

$\therefore\ S=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 8\cdot \frac{2\pi}{3}=\underline{\frac{64}{3}\pi}$ //



2枚目につづく

2014年 薬学部 第2問　　２枚目／２枚　　数理 石井K

$\boxed{2}$ Oを原点とする xy 平面上に円 $C：x^2+y^2=r^2$ と放物線 $D：y=\frac{1}{2}x^2-t$ がある．ただし r と t はそれぞれ正の実数の定数とする．点 $(0,\ -55)$ から放物線 D に傾きが正の接線を引くとき，その接線の傾きは $3\sqrt{6}$ である．放物線 D 上には x 座標がそれぞれ $-4\sqrt{3}$，$4\sqrt{3}$ である点P，Qがあり，円 C はこの2点P，Qを通る．このとき，

(1) $t=\boxed{40}\boxed{41}$ である．

(2) $r=\boxed{42}$ である．

(3) 円 C と2線分OP，OQで囲まれる2つの扇形のうち，∠POQが π より小さい方の面積は $\dfrac{\boxed{43}\boxed{44}}{\boxed{45}}\pi$ である．

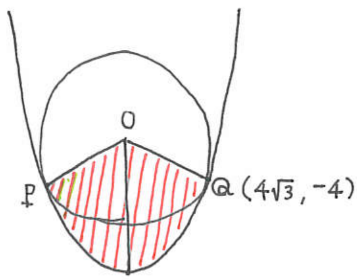
(4) 円 C と放物線 D で囲まれた図形のうち，

$$\begin{cases} x^2+y^2 \geqq r^2 \\ y \geqq \dfrac{1}{2}x^2-t \end{cases}$$

で表される図形の面積は $\boxed{46}\boxed{47}\boxed{48}\sqrt{\boxed{49}}-\dfrac{\boxed{50}\boxed{51}}{\boxed{52}}\pi$ である．

(4) 左の斜線部分の面積をSとすると．

図形はy軸に関して対称なので．



OQ : $y=-\frac{1}{\sqrt{3}}x$

$$S=2\int_0^{4\sqrt{3}} -\frac{1}{\sqrt{3}}x-\left(\frac{1}{2}x^2-28\right)dx$$

$$=2\left[-\frac{1}{2\sqrt{3}}x^2-\frac{1}{6}x^3+28x\right]_0^{4\sqrt{3}}$$

$$=144\sqrt{3}$$

これから(3)で求めた部分を引けばよいので，

$$\underline{144\sqrt{3}-\frac{64}{3}\pi}\ //$$