

2015年環境情報学部第5問

- 5 数列 a_n ($1 \leq n$) に対して新しい数列 b_n ($1 \leq n$) をつぎのように定義する。まず $b_1 = 1$ とする。つぎに $n > 1$ に対して

$$a_{n-h} + b_h \quad (1 \leq h \leq \frac{n}{2})$$

のなかで最小のものを b_n とする。さらに新しい数列 c_n ($1 \leq n$) をつぎのように定義する。

$$c_n = b_{n+1} - b_n \quad (1 \leq n)$$

さて $a_n = n^2$ のときを考えよう。このとき b_n はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} 1, 2, 5, & [101 \quad 102], 11, 14, 21, 22, [103 \quad 104], 36, 47, 50, \\ & 63, 70, 85, 86, 103, 112, 131, [105 \quad 106 \quad 107], \dots \end{aligned}$$

$c_n = 5$ をみたす n は小さい順に

$$n = [108 \quad 109], [110 \quad 111], [112 \quad 113], 39, \dots$$

である。