

2016年 医学部 第3問

3 以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。

$l \geq 1$ を定数とし、座標空間の点 A は平面 $z = -1$ 上を、点 B は平面 $z = 1$ 上を、 $OA = OB = l$ をみたくしつつ動くとする。ただし O は座標空間の原点である。

(1) $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$ となるように点 A, B を選ぶことができるためには $l \geq$ であることが必要十分である。また、点 A, B から xy 平面へ垂線を下ろし、それぞれと xy 平面との交点を A' , B' とするとき、 $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$ かつ $\cos \angle A'OB' = \frac{2}{3}$ となるように点 A, B を選ぶことができるのは $l =$ のときである。

(2) $l =$ のとき、点 A, B, C の座標を

A(0, , -1), B(, , 1), C(, ,)

とすると OABC は正四面体をなす。ただし , , はいずれも正とする。

また、正四面体 OABC を平面 $y + 3z = t$ で切ったときの切り口は $< t <$ のとき四角形となる。その四角形は上底と下底の和が , 高さが の台形であり、その面積は $t =$ のとき最大値 をとる。