

2011年医学部第4問

4 次の問いに答えよ。

- (1) 3つの数 $2^{10} - 1$, $3^{10} - 1$, $4^{10} - 1$ の積を $y = (2^{10} - 1)(3^{10} - 1)(4^{10} - 1)$ として、全体集合 U と部分集合 A , B を次のように定める。

$$U = \{x \mid x \text{ は } y \text{ の正の約数}\}$$

$$A = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \text{ は } 44 \text{ の倍数}\}$$

$$B = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \text{ は } 45 \text{ の倍数}\}$$

このとき、部分集合 $A \cap \overline{B}$ に属する要素は、全部で何個あるか。

以下、数列 $a_n = 4^n - 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を考える。

- (2) 次の命題 P を証明せよ。

命題 P n が 3 で割り切れることは、 a_n が 9 で割り切れるための十分条件である。

- (3) 命題 P において、十分条件を必要十分条件に書きかえて、命題 Q をつくる。命題 Q の真偽を答えよ。
- (4) 9 と 11 のうち、どちらか一方の数で割り切れるけれども、他方の数では割り切れないような a_n だけを取り出し、残りはすべて取り去る。こうして得られる a_n の部分列を小さい順に並べると、23 番目の項は元の数列では第 k 項になるという。番号 k を求めよ。