茨城大学

2015年 教育学部 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ $0 < a < \frac{1}{4}$ のとき，$M = \log_2 8a + \log_{4a} \frac{1}{16}$ について，次の各問に答えよ．

(1) $\log_2 a = b$ とするとき，M を b を用いて表せ．

(2) 不等式 $M > \log_{\frac{1}{3}} 9$ を満たす定数 a の値の範囲を求めよ．

(1) $\log_2 8a = \log_2 8 + \log_2 a = b + 3$

底の変換公式より

$$\log_{4a} \frac{1}{16} = \frac{\log_2 \frac{1}{16}}{\log_2 4a} = \frac{-4}{b+2}$$

$\therefore \underline{M = b + 3 - \frac{4}{b+2}}$ //

(2) $\log_{\frac{1}{3}} 9 = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = -2$

よって．

$M > \log_{\frac{1}{3}} 9 \iff b + 5 - \frac{4}{b+2} > 0 \quad \cdots (*)$

ここで，$0 < a < \frac{1}{4}$ より．$b < -2$ $\quad \therefore b + 2 < 0$

$(*)$ の両辺に $b+2$ (<0) をかけて

$(b+5)(b+2) - 4 < 0$

$b^2 + 7b + 6 < 0$

$(b+6)(b+1) < 0$

$\therefore -6 < b < -1$

$-6 < \log_2 a < -1$

$\therefore \frac{1}{64} < a < \frac{1}{2}$

これと $0 < a < \frac{1}{4}$ をあわせて．$\underline{\frac{1}{64} < a < \frac{1}{4}}$ //