慶應義塾大学

2014年 経済学部 第5問

$\boxed{5}$ a を実数とする．2次関数

$$f(x) = x^2 - ax + 1$$

の区間 $0 \leqq x \leqq 1$ における最大値を $M(a)$，最小値を $m(a)$ と表す．

(1) 2つの関数 $b = M(a)$ と $b = m(a)$ のグラフをかけ．

(2) b を実数とする．2次方程式

$$x^2 - ax + 1 - b = 0$$

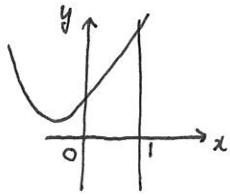
が区間 $0 \leqq x \leqq 1$ において少なくとも1つの解を持つような点 $(a,\ b)$ 全体の集合を，(1) を用いて斜線で図示せよ．

(1) $f(x) = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + 1$

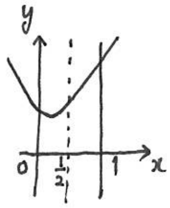
(i) $\frac{a}{2} < 0$ すなわち $a < 0$ のとき．

$M(a) = f(1) = 2 - a$

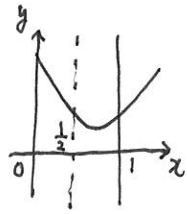
$m(a) = f(0) = 1$



(i) $\frac{a}{2} < 0$ のとき



(ii) $0 \leqq \frac{a}{2} < \frac{1}{2}$



(iii) $\frac{1}{2} \leqq \frac{a}{2} < 1$

(ii) $0 \leqq \frac{a}{2} < \frac{1}{2}$ すなわち $0 \leqq a < 1$ のとき．

$M(a) = f(1) = 2 - a$

$m(a) = f\left(\frac{a}{2}\right) = 1 - \frac{a^2}{4}$

(iv) $\frac{a}{2} \geqq 1$ のとき．

(iii) $\frac{1}{2} \leqq \frac{a}{2} < 1$ すなわち $1 \leqq a < 2$ のとき

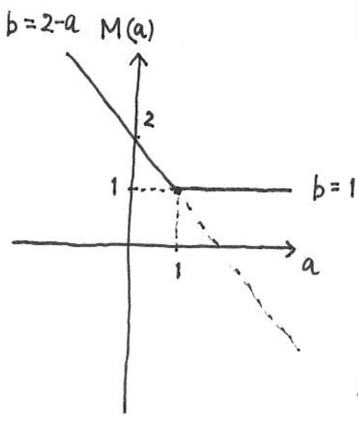
$M(a) = f(0) = 1$

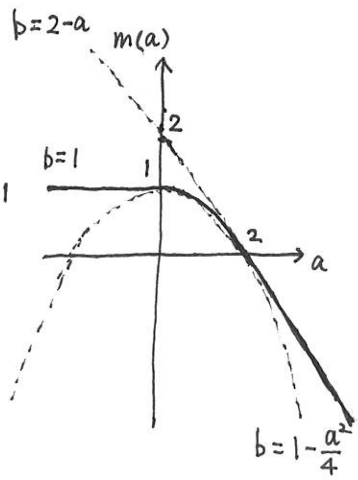
$m(a) = f\left(\frac{a}{2}\right) = 1 - \frac{a^2}{4}$

(iv) $\frac{a}{2} \geqq 1$ すなわち $a \geqq 2$ のとき．

$M(a) = f(0) = 1$

$m(a) = f(1) = 2 - a$





(2) $M(a) \leqq b \leqq M(a)$ となればよいから