2017年 理工学部 第5問

$\boxed{5}$ 次の問いに答えよ．

(1) α，β は定数で，$\alpha > 0$，$\beta > 0$ とする．x の3次方程式

$$18x^3 - 6\alpha x + \beta = 0$$

がただ1つの実数解をもつための必要十分条件は $\beta >$ $\boxed{\text{フ}}$ である．$\beta =$ $\boxed{\text{フ}}$ のとき，曲線 $y = 18x^3 - 6\alpha x + \beta$ と x 軸で囲まれる部分の面積を α を用いて表すと $\boxed{\text{ヘ}}$ となる．

(2) 放物線 $C : y = 3x^2$ 上の点 $\mathrm{P}(-a,\ 3a^2)$ $(a > 0)$ における法線と C との交点で点Pと異なる点の x 座標を $X(a)$ とする．$X(a) =$ $\boxed{\text{ホ}}$ であり，$a > 0$ における $X(a)$ の最小値は $\boxed{\text{マ}}$ である．
次に，$x_0 > 0$ とし，点 $\mathrm{Q}(x_0,\ y_0)$ を放物線 C 上にない点とする．C 上の点における法線で点Qを通るものがただ1つであるための必要十分条件は，$x \geqq 0$ で定義された連続関数 $f(x) =$ $\boxed{\text{ミ}}$ に対して，$y_0 < f(x_0)$ が成り立つことである．