

2017年 経済学部 第5問

5  $a, x, y$  は実数の定数とし,  $0 < a < 1, 0 \leq y < 2\pi$  を満たすとする. 複素数  $z$  を

$$z = a^x \cos y + (a^x \sin y)i$$

によって定める. ただし,  $i$  は虚数単位である.

- (1)  $z\bar{z}$  と  $z^2$  のそれぞれの実部と虚部を求めよ. ただし,  $\bar{z}$  は  $z$  と共役な複素数を表す.
- (2)  $x = 0$  のとき,  $z^2 + \bar{z} = 0$  を満たす  $y$  の値をすべて求めよ.
- (3)  $\bar{z}$  の実部が  $\bar{z}$  の虚部より大きくなるような  $x$  と  $y$  の値の範囲を求めよ.
- (4) 複素数  $w$  を  $w = \log_a(a^x \cos y) + \{\log_a(a^x \sin y)\}i$  によって定める.  $w$  の実部が  $w$  の虚部より大きくなるような  $x$  と  $y$  の値の範囲を求めよ.