

2017年 環境情報学部 第5問

5 関数  $f(x) = px - \frac{q}{3}x^3$  の  $-1 \leq x \leq 1$  における最大値が  $\frac{1}{3}$  以下であるとき、 $pq$  座標平面における点  $(p, q)$  の存在領域  $A$  を考える.

(1)  $f(x)$  の極値が  $-1 \leq x \leq 1$  に存在するとき

$$\boxed{65} \boxed{66} p + \boxed{67} \boxed{68} \leq q \leq \boxed{69} \boxed{70} p + \boxed{71} \boxed{72}$$

$$\boxed{73} \boxed{74} \leq \frac{p}{q} \leq \boxed{75} \boxed{76}$$

$$\frac{p^3}{q} \leq \frac{\boxed{77} \boxed{78}}{\boxed{79} \boxed{80}}$$

(2)  $f(x)$  の極値が  $x < -1$  または  $1 < x$  に存在するとき

$$\boxed{65} \boxed{66} p + \boxed{67} \boxed{68} \leq q \leq \boxed{69} \boxed{70} p + \boxed{71} \boxed{72}$$

$$\boxed{75} \boxed{76} < \frac{p}{q}$$

(3)  $f(x)$  の極値が存在しないとき

$$\boxed{65} \boxed{66} p + \boxed{67} \boxed{68} \leq q \leq \boxed{69} \boxed{70} p + \boxed{71} \boxed{72}$$

$$\frac{p}{q} \leq \boxed{73} \boxed{74} \quad \text{または} \quad q = 0$$

以上のことから、領域  $A$  の面積は  $\frac{\boxed{81} \boxed{82}}{\boxed{83} \boxed{84}}$  である。ここで、必要であれば公式  $\int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C$  を使いなさい。