

2014年薬学部第2問

2 Oを原点とする  $xy$  平面上に円  $C: x^2 + y^2 = r^2$  と放物線  $D: y = \frac{1}{2}x^2 - t$  がある. ただし  $r$  と  $t$  はそれぞれ正の実数の定数とする. 点  $(0, -55)$  から放物線  $D$  に傾きが正の接線を引くとき, その接線の傾きは  $3\sqrt{6}$  である. 放物線  $D$  上には  $x$  座標がそれぞれ  $-4\sqrt{3}$ ,  $4\sqrt{3}$  である点  $P$ ,  $Q$  があり, 円  $C$  はこの2点  $P$ ,  $Q$  を通る. このとき,

(1)  $t = \boxed{40} \boxed{41}$  である.

(2)  $r = \boxed{42}$  である.

(3) 円  $C$  と2線分  $OP$ ,  $OQ$  で囲まれる2つの扇形のうち,  $\angle POQ$  が  $\pi$  より小さい方の面積は  $\frac{\boxed{43} \boxed{44}}{\boxed{45}} \pi$  である.

(4) 円  $C$  と放物線  $D$  で囲まれた図形のうち,

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq r^2 \\ y \geq \frac{1}{2}x^2 - t \end{cases}$$

で表される図形の面積は  $\boxed{46} \boxed{47} \boxed{48} \sqrt{\boxed{49}} - \frac{\boxed{50} \boxed{51}}{\boxed{52}} \pi$  である.