

2015年薬学部第2問

2 xy 平面上に放物線 $P: y = \frac{1}{4}x^2$ と直線 $l: y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}(a^2 - 1)$ がある。ただし、 a は $0 < a < \sqrt{33}$ を満たす実数である。 P と l は異なる2点 A, B で交わり、 A, B の x 座標をそれぞれ x_A, x_B とおくと、 $x_A < x_B$ である。

次に、線分 AB を1辺とし、線分 CD が $(0, 8)$ を通る長方形 $ABDC$ をおく。長方形 $ABDC$ の面積を $S(a)$ とする。このとき、

- (1) 2点 C, D を結ぶ直線の傾きは $\frac{\boxed{40}}{\boxed{41}}$ であり、線分 AB の長さを a を用いて表すと $\sqrt{\boxed{42}}a$ である。
- (2) $S(a)$ を a の式で表すと

$$S(a) = \frac{\boxed{43} \boxed{44}}{\boxed{45}} a^3 + \frac{\boxed{46} \boxed{47}}{\boxed{48}} a$$

である。

また、 $S(a)$ が最大値をとるとき、 a の値は $\sqrt{\boxed{49} \boxed{50}}$ である。

- (3) 放物線 P と直線 l で囲まれた部分の面積が、 $S(a)$ の3倍であるとき、 a の値は $\boxed{51} \sqrt{\boxed{52}}$ である。