

2016年 商学部 第2問

2 a を正の実数, b, c を実数とする. $f(x) = ax^2 + bx + c$ とし, $f'(x)$ を $f(x)$ の導関数とする.

(1) 放物線 $y = f(x)$ と直線 $y = f'(x)$ が接するための必要十分条件は

$$b^2 = \boxed{\text{ウ}} \quad \dots\dots(\text{A})$$

である.

(2) 条件 (A) が成り立つとき, その接点の座標は

$$\left(\boxed{4} - \frac{b}{\boxed{5}a}, \boxed{6}a \right)$$

である. このとき, 直線 $y = f'(x)$ は放物線 $y = -f(x)$ とも接し, その接点 P の座標は

$$\left(\boxed{7} \boxed{8} - \frac{b}{\boxed{9}a}, \boxed{10} \boxed{11}a \right)$$

である.

(3) 直線 $y = f'(x)$ が原点を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の円 O と接するための必要十分条件は

$$b^2 = \boxed{\text{エ}} \quad \dots\dots(\text{B})$$

である. この条件が成り立つとき, その接点を Q とする.

(4) 条件 (A), (B) が成り立ち, さらに点 P が点 Q と一致するのは,

$$a = \frac{\boxed{12}}{\boxed{13}}, \quad b = \boxed{14} \boxed{15}, \quad c = \frac{\boxed{16}}{\boxed{17}}$$

のときである. このとき, 円 O は放物線 $y = f(x)$ とただ 1 つの共有点 ($\boxed{18}$, $\boxed{19}$) をもち, 放物線 $y = f(x)$, 直線 $y = f'(x)$ および円 O で囲まれた図形の面積は

$$\frac{\boxed{20}}{\boxed{21}} - \frac{\boxed{22}}{\boxed{23}} \pi$$

である.