

2016年 経済学部 第6問

6  $a$  を 0 でない実数とする. 等式

$$f(x) = \frac{3}{a}x^2 - \frac{1}{a}x + \left\{ \int_0^2 f(t) dt \right\}^2$$

を満たす関数  $f(x)$  を考える.

- (1)  $a = -1$  のとき, この等式を満たす  $f(x)$  は 2 つある. それらを求めよ.
- (2) この等式を満たす  $f(x)$  がただ 1 つであるとき,  $a$  の値を求めよ.
- (3)  $b$  を正の実数とする. 定積分  $\int_0^b \{f(x) - f(b)\} dx$  の値が  $a$  によらないとき,  $b$  の値を求めよ.
- (4)  $a$  と  $b$  を, それぞれ (2) と (3) で求めた値とするとき, 定積分  $\int_b^2 f(x) dx$  を求めよ.