

2016年 医学部 第2問

2 以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。

三角形 ABC の頂点上に置かれた点 P に対する次の操作 T を考える。

操作 T

- (T1) 点 P が頂点 A 上に置かれているときは、確率 $\frac{1}{2}$ でそのままにしておき、確率 $\frac{1}{2}$ で頂点 B 上に移す。
 (T2) 点 P が頂点 B 上に置かれているときは、確率 $\frac{1}{2}$ でそのままにしておき、確率 $\frac{1}{2}$ で頂点 C 上に移す。
 (T3) 点 P が頂点 C 上に置かれているときは、必ず頂点 A 上に移す。

以下 n, m を自然数とし、点 P を頂点 A 上に置いて、操作 T を繰り返し行う。操作 T を n 回繰り返し終えたとき、点 P が頂点 A 上に置かれている確率を a_n 、頂点 B 上に置かれている確率を b_n 、頂点 C 上に置かれている確率を c_n とする。

(1) $n \geq 2$ のとき a_n, b_n, c_n を $a_{n-1}, b_{n-1}, c_{n-1}$ で表すと

$$\begin{cases} a_n = \text{あ} a_{n-1} + \text{い} c_{n-1} \\ b_n = \text{う} a_{n-1} + \text{え} b_{n-1} \\ c_n = \text{お} b_{n-1} + \text{か} c_{n-1} \end{cases}$$

である。

- (2) (1) より a_n, b_n を求めると、 $a_{2m-1} = \text{き}$ 、 $b_{2m-1} = \text{く}$ であり、 $a_{2m} = \text{け}$ 、 $b_{2m} = \text{こ}$ である。
 (3) 操作 T を n 回繰り返し終えたとき初めて点 P が頂点 C 上に置かれる確率を d_n とすると、 $d_n = \text{さ}$ である。
 (4) 操作 T を n 回繰り返し終えたとき点 P が頂点 A または B の上に置かれ、かつそれまでに 1 回だけ頂点 C 上に置かれていた確率を e_n とすると、 $e_n = \text{し}$ である。