

2017年 理工学部 第2問

2 点  $O$  を中心とする半径  $r$  の球面上に 3 点  $A, B, C$  があり,  $|\vec{AB}| = \sqrt{10}$ ,  $|\vec{AC}| = 2$ ,  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -2$  であるとする. また, 3 点  $A, B, C$  を通る平面を  $\alpha$  とし, 点  $O$  は平面  $\alpha$  上にないとする. さらに,  $\triangle ABC$  の重心を  $G$  とし, 直線  $OG$  上に点  $D$  があり, 線分  $DG$  の中点が点  $O$  であるとする.

(1)  $\triangle ABC$  の面積は  であり,  $\vec{OB} \cdot \vec{OC} =$   である.

(2) 点  $P$  の位置ベクトルは  $\vec{OP} = -3\vec{OA} + x\vec{OB} + y\vec{OC}$  ( $x, y$  は実数) と表され, かつ直線  $OP$  は平面  $\alpha$  に直交しているとする. このとき,  $x =$  ,  $y =$   である. いま,  $t$  を実数とし, 点  $H$  を  $\vec{DH} = t\vec{OP}$  によって決まる点とすると,

$$\vec{AH} = \text{セ} \vec{OA} + \text{ソ} \vec{OB} + \text{タ} \vec{OC}$$

である. さらに, 点  $H$  が平面  $\alpha$  上にあるとすると,  $t =$   である.

(3) 四面体  $ABCD$  の体積は  である.