

2014年 経済学部 第2問

2  $a, b, c$  を実数とする.  $x$  の関数  $F(x)$  を

$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + bx + c$$

と定め,

$$f(x) = F'(x)$$

とおく. 関数  $F(x)$  は  $x = \alpha$  において極大に,  $x = \beta$  において極小になるとする. 点  $(\alpha, f(\alpha)), (\beta, f(\beta))$  における曲線  $y = f(x)$  の接線をそれぞれ  $l_\alpha, l_\beta$  とする.

(1) 直線  $l_\alpha$  と  $l_\beta$  の交点の座標は

$$\left( \frac{\boxed{15}}{\boxed{16}}\alpha + \frac{\boxed{17}}{\boxed{18}}\beta, \frac{\boxed{19}}{\boxed{21}}\frac{\boxed{20}}{\boxed{21}}(\beta - \alpha)^2 \right)$$

である.

(2) 曲線  $y = f(x)$  と直線  $l_\alpha, l_\beta$  とで囲まれた図形の面積を  $S$  とすると,

$$S = \frac{\boxed{22}}{\boxed{23}\boxed{24}}(\beta - \alpha)^3$$

である. 必要なら次の公式を使ってよい.  $r$  を実数とすると

$$\int (x+r)^2 dx = \frac{1}{3}(x+r)^3 + C \quad (C \text{ は定数})$$

(3) 実数  $a, b$  が不等式

$$0 \leq a \leq 2, \quad 2a - 4 \leq b \leq 2a - 2$$

をみたす範囲を動くとき,  $S$  の最大値は  $\frac{\boxed{25}}{\boxed{27}}\frac{\boxed{26}}{\boxed{27}}$ , 最小値は  $\frac{\boxed{28}}{\boxed{30}}\frac{\boxed{29}}{\boxed{30}}$  である.