

2015年 経済学部 第6問

6  $a, b, c$  を実数とする.  $x$  の関数

$$F(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

は  $x = \alpha$  で極大になり,  $x = \beta$  で極小になるとする. 曲線  $y = F(x)$  上の点  $B(\beta, F(\beta))$  における接線を  $l$  とし,  $l$  と  $y = F(x)$  の共有点のうち  $B$  と異なるものを  $(\gamma, F(\gamma))$  とする.

- (1)  $x$  の整式  $F(x) - F(\beta)$  を,  $\beta, \gamma$  を用いて1次式の積に因数分解された形で表せ.
- (2)  $\gamma$  を  $\alpha, \beta$  のみを含む式で表せ. 必要ならば  $x$  の整式で表される関数  $p(x), q(x)$  とそれらの導関数に関して成り立つ公式

$$\{p(x)q(x)\}' = p'(x)q(x) + p(x)q'(x)$$

を用いてもよい.

- (3)  $f(x) = F'(x)$  とする. 直線  $x = \gamma$ ,  $x$  軸, および曲線  $y = f(x)$  で囲まれた図形のうち  $y \geq 0$  となる部分の面積  $S$  を,  $\alpha, \beta$  のみを含む式で表せ. さらに,  $a - b \geq \frac{3}{2}$  が成り立つとき,  $S$  の最小値を求めよ.