

2013年工学部第1問

1 頂点がOで、各辺の長さが1である正四角錐O-ABCDがある。辺OA, COを $t:1-t$ ($0 < t < 1$)に内分する点をそれぞれP, Qとし、辺ODを $k:1-k$ ($0 < k < 1$)に内分する点をRとする。また、 $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$, $\vec{c} = \vec{OC}$ とおく。次に答えよ。

(1) \vec{OD} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。また、内積 $\vec{a} \cdot \vec{c}$ の値を求めよ。

(2) 内積 $\vec{BR} \cdot \vec{PQ}$ を k , t を用いて表せ。

(3) 点Rが3点P, B, Qの定める平面上にあるとする。

(i) k を t を用いて表せ。

(ii) t の値が変化するとき、 k の最大値を求めよ。また、 k が最大値をとるときの四角形PBQRの面積 S を求めよ。