



2012年 医学部 第4問

1枚目/2枚

4  $a, b$  を定数とし,  $a \neq 0$  とする. 連立1次方程式

$$\begin{cases} 2x + (a-1)y = b & \dots \textcircled{1} \\ ax + a^2y = 1 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

ポイント  
例えば, 連立方程式

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 5 \end{cases}$$

.....(\*)

について, 次の問いに答えよ.

- (1) (\*) が2組以上の解をもつような  $a$  と  $b$  の値を求めよ.  $\uparrow$  無数の解をもつ  $\uparrow$  解なし
- (2) (\*) が  $x=1, y=2$  をただ1組の解としてもつような  $a$  と  $b$  の値を求めよ.
- (3) (\*) が  $x=y$  となる解をもつための  $a$  と  $b$  に関する必要十分条件を求めよ.

(1)  $\textcircled{1} \times a$  より  $2a + a(a-1)y = ab \dots \textcircled{3}$

$\textcircled{2} \times 2$  より  $2a + 2a^2y = 2 \dots \textcircled{4}$

$\textcircled{4} - \textcircled{3}$  より  $(a^2+a)y = 2-ab$  より  $a(a+1)y = 2-ab$

(i)  $a \neq -1$  のとき 両辺を  $a(a+1)$  でわって  $y = \frac{2-ab}{a(a+1)}$

これを  $\textcircled{1}$  に代入すると  $x$  の値が求まる. このとき 解は1組なので不適

(ii)  $a = -1$  のとき,  $\begin{cases} 2x - 2y = b \\ -x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = \frac{1}{2}b \\ x - y = -1 \end{cases}$

 $b \neq -2$  であれば 解なし,  $b = -2$  であれば 無数の解をもつ

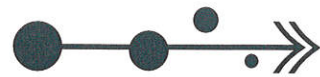
(i), (ii) より,  $(a, b) = (-1, -2)$  //

(2)  $\textcircled{1}$  と  $\textcircled{2}$  に  $x=1, y=2$  を代入して  $\begin{cases} 2 + 2a - 2 = b \\ a + 2a^2 = 1 \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} 2a = b \\ (2a-1)(a+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = b \\ a = \frac{1}{2}, -1 \end{cases}$

(1) より  $(a, b) = (-1, -2)$  は 2組以上の解をもち 不適

$\therefore (a, b) = (\frac{1}{2}, 1)$  //



2012年 医学部 第4問

2枚目 / 2枚

4  $a, b$  を定数とし,  $a \neq 0$  とする. 連立1次方程式

$$\begin{cases} 2x + (a-1)y = b \\ ax + a^2y = 1 \end{cases}$$

.....(\*)

について, 次の問いに答えよ.

- (1) (\*) が2組以上の解をもつような  $a$  と  $b$  の値を求めよ.  
 (2) (\*) が  $x=1, y=2$  をただ1組の解としてもつような  $a$  と  $b$  の値を求めよ.  
 (3) (\*) が  $x=y$  となる解をもつための  $a$  と  $b$  に関する必要十分条件を求めよ.

(3)  $x=y$  を (\*) に代入して

$$\begin{cases} x + ax = b & \dots \textcircled{5} \\ (a^2 + a)x = 1 & \dots \textcircled{6} \end{cases} \begin{matrix} \textcircled{5} \times a \\ \iff \end{matrix} \begin{cases} a(a+1)x = ab \\ a(a+1)x = 1 \end{cases}$$

よって 解をもつには  $ab=1$ ただし (1) より  $a=-1, b=-1$  の場合は 解なしなので $ab=1$  かつ  $a \neq -1$ 逆に, このとき, (1) より  $y = \frac{1}{a(a+1)}$  となり

これを (2) に代入すると,  $2x + \frac{a-1}{a(a+1)} = b$

$$\therefore 2x = \frac{1}{a} - \frac{a-1}{a(a+1)} \quad \therefore x = \frac{1}{a(a+1)}$$

 $\therefore x=y$  となるよって 求める条件は  $ab=1$  かつ  $a \neq -1$  //