



2014年理工・生命科学・食環境科学 第1問

数理
石井K

1 次の各問に答えよ。

- (1) $2^x = 5^y = 160$ であるとき, $xy - x - 5y + 5 = \boxed{\text{ア}}$ である.
- (2) 整式 $P(x)$ を $(x-2)(x-3)$ で割ると余りは $4x$ であり, $(x-3)(x-1)$ で割ると余りは $3x+3$ である.
このとき, $P(x)$ を $(x-1)(x-2)$ で割ると余りは $\boxed{\text{イ}}$ $x + \boxed{\text{ウ}}$ である.

- (3) $a = 9 + 4\sqrt{5}$, $b = 5 - 2\sqrt{6}$ とすると

$$\frac{1}{a} = \boxed{\text{エ}} - \boxed{\text{オ}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}},$$

$$\frac{1}{b} = \boxed{\text{キ}} + \boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}},$$

$$ab + \frac{1}{ab} = \boxed{\text{コ}} \boxed{\text{サ}} - \boxed{\text{シ}} \boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セ}} \boxed{\text{ソ}}}$$

である.

(1) $2^x = 5^y$ より, $x = y \cdot \log_2 5 \dots \textcircled{1}$ $2^x = 160$ より, $x = \log_2(2^5 \times 5)$

$$\therefore x = 5 + \log_2 5 \dots \textcircled{2}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } xy - x - 5y + 5 &= (5 + \log_2 5) \left(\frac{5}{\log_2 5} + 1 \right) - (5 + \log_2 5) - 5 \cdot \frac{5 + \log_2 5}{\log_2 5} + 5 \\ &= \frac{25}{\log_2 5} + 10 + \log_2 5 - 5 - \log_2 5 - \frac{25}{\log_2 5} - 5 + 5 \\ &= \underline{\underline{5}} \end{aligned}$$

(2) $P(x) = (x-2)(x-3)Q(x) + 4x \dots \textcircled{1}$

$P(x) = (x-3)(x-1)R(x) + 3x+3 \dots \textcircled{2}$

$P(x) = (x-1)(x-2)S(x) + ax+b \dots \textcircled{3}$

$$\begin{cases} P(1) = a+b = 6 \\ P(2) = 2a+b = 8 \end{cases}$$

$$\therefore a=2, b=4$$

\therefore 余りは $\underline{\underline{2x+4}}$

(3) $\frac{1}{a} = \frac{9-4\sqrt{5}}{(9+4\sqrt{5})(9-4\sqrt{5})} = \underline{\underline{\frac{9-4\sqrt{5}}{9-4\sqrt{5}}}}$

$\frac{1}{b} = \frac{5+2\sqrt{6}}{(5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})} = \underline{\underline{\frac{5+2\sqrt{6}}{5+2\sqrt{6}}}}$

$$ab + \frac{1}{ab} = (9+4\sqrt{5})(5-2\sqrt{6}) + (9-4\sqrt{5})(5+2\sqrt{6})$$

$$= 45 - 18\sqrt{6} + 20\sqrt{5} - 8\sqrt{30} + 45 + 18\sqrt{6} - 20\sqrt{5} - 8\sqrt{30}$$

$$= \underline{\underline{90 - 16\sqrt{30}}}$$