



2012年工学部第2問

2  $C_1$  を、中心が  $(1, 1)$ 、半径が  $1$  の円とする。円  $C_2, C_3, C_4, \dots$  を次のように定める。

円  $C_n$  は、 $x$  軸、 $y$  軸および円  $C_{n-1}$  に接し、円  $C_n$  の半径  $r_n$  は、円  $C_{n-1}$  の半径  $r_{n-1}$  よりも小さいものとする。

このとき、次の問に答えよ。

- (1)  $O$  を原点とし、 $n = 2, 3, 4, \dots$  に対して  $P_n$  を  $C_n$  と  $C_{n-1}$  の接点とすると、 $OP_n$  の長さを  $r_n$  で表せ。
- (2)  $r_n$  と  $r_{n-1}$  の関係式を求め、数列  $\{r_n\}$  が等比数列であることを示せ。
- (3) 円  $C_6$  は、原点を中心とした半径  $\frac{1}{1000}$  の円の内部に含まれることを示せ。