

2011年教育第2問

2 xy 平面上にある3つの半直線

$$y = 0 \ (x \geq 0), \quad y = x \tan \theta \ (x \geq 0), \quad y = -\sqrt{3}x \ (x \leq 0)$$

と、原点 O を中心とする半径 r ($r \geq 1$) の円が交わる点をそれぞれ A, B, C とする。ただし $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ である。

(1) 四角形 $OABC$ の面積が半径 1 の円に内接する正六角形の面積の $\frac{1}{3}$ に等しいとき、 r^2 を θ を用いて表せ。

(2) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} r^2 d\theta$ を求めよ。