県立広島大学

2016年 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ $\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ とする．次の問いに答えよ．

(1) $\log_{10}5$，$\log_{10}6$ の値を求めよ．

(2) 3^{100} の桁数を求めよ．

(3) 3^{100} の最高位の数字を求めよ．

(4) $(3.75)^n$ の整数部分が 10 桁になる自然数 n を全て求めよ．

(1) $\log_{10}5=\log_{10}\frac{10}{2}=\log_{10}10-\log_{10}2=1-0.3010=\underline{0.699}$ //

$\log_{10}6=\log_{10}2\times 3=\log_{10}2+\log_{10}3=0.3010+0.4771=\underline{0.7781}$ //

(2) 3^{100} が n 桁 $\iff 10^{n-1}\leqq 3^{100}<10^n$

$\iff n-1\leqq 100\log_{10}3<n$

$\iff n-1\leqq 47.71<n$　　よって，$n=48$　　$\underline{48\text{桁}}$ //

(3) 3^{100} の最高位が m $(m=1,2,\cdots,9)$ $\iff m\cdot 10^{47}\leqq 3^{100}<(m+1)\cdot 10^{47}$

$\iff \log_{10}m+47\leqq 47.71<\log_{10}(m+1)+47$

$\iff \log_{10}m\leqq 0.71<\log_{10}(m+1)$

∴ (1)の計算結果より，$m=5$　　∴ 最高位の数字は $\underline{5}$ //

(4) $3.75=\frac{15}{4}$ であるから

$(3.75)^n$ の整数部分が10桁 $\iff 10^9\leqq(3.75)^n<10^{10}$

$\iff 9\leqq n\log_{10}\frac{15}{4}<10$

$\iff 9\leqq n\cdot(\log_{10}3+\log_{10}5-2\log_{10}2)<10$

$\iff 9\leqq 0.5741\cdot n<10$

$15.6\leqq n<17.5$

よって，$\underline{n=16,17}$ //