

2015年文系第1問

 数理
石井K

1 2次関数 $y = x^2 - mx + m^2 - 3m$ のグラフを C とするとき、次の問いに答えよ。ただし、 m は定数である。

- (1) C の頂点の座標を求めよ。
 (2) x 軸と C との共有点が1点 P だけであるとき、 m の値と点 P の座標を求めよ。
 (3) x 軸の $x \geq 1$ の部分と C とが、異なる2点で交わるような m の値の範囲を求めよ。

$$(1) C: y = \left(x - \frac{m}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}m^2 - 3m$$

$$\therefore \text{頂点} \text{は} \left(\frac{m}{2}, \frac{3}{4}m^2 - 3m\right)$$

(2) 頂点の y 座標が 0 になればよいので

$$\frac{3}{4}m^2 - 3m = 0$$

$$\therefore \frac{3}{4}m(m-4) = 0 \quad \therefore m = 0, 4$$

$$m = 0 \text{ のとき } (0, 0), m = 4 \text{ のとき } (2, 0)$$

(3) (頂点の y 座標) < 0 かつ (軸) > 1 かつ $f(1) \geq 0$

ここで $f(x) = x^2 - mx + m^2 - 3m$ とした

$$\therefore 0 < m < 4 \quad \text{かつ} \quad \frac{m}{2} > 1 \quad \text{かつ} \quad m^2 - 4m + 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 0 < m < 4 \quad \text{かつ} \quad m > 2 \quad \text{かつ} \quad (m \leq 2 - \sqrt{3} \text{ または } 2 + \sqrt{3} \leq m)$$

$$\Leftrightarrow 2 + \sqrt{3} \leq m < 4$$