

2016年A方式第3問


 数理  
石井K

3 以下の問いに答えよ。

- (1) 163と78の最大公約数を求めよ。  
 (2)  $163x + 78y = 1$ の一組の整数解を求めよ。  
 (3)  $163x + 78y = 1$ のすべての解を求めよ。

(1) ユークリッドの互除法により

$$163 = 78 \times 2 + 7 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$78 = 7 \times 11 + 1 \quad \dots \textcircled{2}$$

よって、最大公約数は1 //(2) ②より、 $1 = 78 - 7 \times 11$ 

$$= 78 - (163 - 78 \times 2) \times 11 \quad (\because \textcircled{1} \text{より})$$

$$= 163 \times (-11) + 78 \times 23$$

よって、 $(x, y) = (-11, 23)$  //(3)  $163x + 78y = 1 \quad \dots \textcircled{3}$ 

$$(2) \text{より、} 163 \times (-11) + 78 \times 23 = 1 \quad \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3} - \textcircled{4} \text{より、} 163(x+11) + 78(y-23) = 0$$

$$\therefore 163(x+11) = 78(-y+23) \quad \dots \textcircled{5}$$

(1)より、163と78は互いに素で右辺は78の倍数

 $\therefore x+11$ は78の倍数

$$x+11 = 78k \quad (k: \text{整数}) \text{と表せる。} \therefore x = 78k - 11$$

$$\text{これを} \textcircled{5} \text{に代入して、} 163 \cdot 78k = 78(-y+23)$$

$$\therefore -y+23 = 163k \quad \therefore y = -163k + 23$$

以上より、 $(x, y) = (78k - 11, -163k + 23)$  ( $k$ は整数) //