

2015年A方式第2問

 数理
石井K

 2 $y = f(x)$ があって $x < 0$ のとき $f(x) = x^2$, $x \geq 0$ のとき $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ とする.

- (1) $a \geq 0$ のとき $a \leq x \leq a+1$ における y の最大値を求めよ.
 (2) $a < -1$ のとき $a \leq x \leq a+1$ における y の最大値を求めよ.
 (3) $-1 \leq a < 0$ のとき $a \leq x \leq a+1$ における y の最大値を求めよ.

(1) $0 \leq a \leq x \leq a+1$ において $y = \frac{1}{2}x^2$ であるから, この範囲において y は単調増加よって, 最大値は $f(a+1) = \frac{1}{2}(a+1)^2$ //(2) $a < -1$ のとき $a+1 < 0$ であるから $y = x^2$ $a \leq x \leq a+1 < 0$ において y は単調減少よって, 最大値は $f(a) = a^2$ //(3) $-1 \leq a < 0$ のとき, $0 \leq a+1 < 1$ である

$$f(a) > f(a+1) \iff a^2 > \frac{1}{2}(a+1)^2$$

$$\iff a^2 - 2a - 1 > 0$$

$$\iff a < 1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2} < a$$

$$-1 \leq a < 0 \text{ より, } -1 \leq a < 1 - \sqrt{2}$$

同様に $f(a) \leq f(a+1)$ となるのは, $1 - \sqrt{2} \leq a < 0$

以上より, 最大値は

$$\begin{cases} a^2 & (-1 \leq a < 1 - \sqrt{2} \text{ のとき}) \\ \frac{1}{2}(a+1)^2 & (1 - \sqrt{2} \leq a < 0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

//

