

2015年A方式第2問

2 $y = f(x)$ があって $x < 0$ のとき $f(x) = x^2$, $x \geq 0$ のとき $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ とする.

- (1) $a \geq 0$ のとき $a \leq x \leq a+1$ における y の最大値を求めよ.
- (2) $a < -1$ のとき $a \leq x \leq a+1$ における y の最大値を求めよ.
- (3) $-1 \leq a < 0$ のとき $a \leq x \leq a+1$ における y の最大値を求めよ.

(1) $0 \leq a \leq x \leq a+1$ において

$y = \frac{1}{2}x^2$ であるから、この範囲において y は単調増加

よって、最大値は $f(a+1) = \underline{\frac{1}{2}(a+1)^2}$

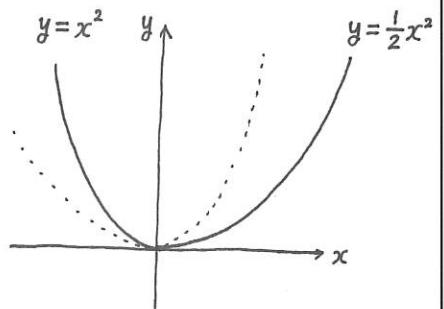
(2) $a < -1$ のとき $a+1 < 0$ であるから $y = x^2$

$a \leq x \leq a+1 < 0$ において y は単調減少

よって、最大値は $f(a) = \underline{a^2}$

(3) $-1 \leq a < 0$ のとき、 $0 \leq a+1 < 1$ である

$$\begin{aligned} f(a) > f(a+1) &\Leftrightarrow a^2 > \frac{1}{2}(a+1)^2 \\ &\Leftrightarrow a^2 - 2a - 1 > 0 \\ &\Leftrightarrow a < 1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2} < a \\ -1 \leq a < 0 \text{ より, } -1 \leq a < 1 - \sqrt{2} \end{aligned}$$



同様に $f(a) \leq f(a+1)$ となるのは、 $1 - \sqrt{2} \leq a < 0$

以上より、最大値は

$$\begin{cases} a^2 & (-1 \leq a < 1 - \sqrt{2} \text{ のとき}) \\ \frac{1}{2}(a+1)^2 & (1 - \sqrt{2} \leq a < 0 \text{ のとき}) \end{cases}$$