2015年 薬学部（1日目） 第3問

$\boxed{3}$ 放物線 $y = x^2 + kx + 1$ と2点 O(0, 0), P(2, 4) がある．次の各問に答えよ．

(1) この放物線と直線 OP が異なる2個の共有点をもつとき，定数 k の値の範囲を求めよ．

(2) この放物線と線分 OP が異なる2個の共有点をもつとき，定数 k の値の範囲を求めよ．

(1) 直線OP : $y = 2x$

$\therefore\ x^2 + kx + 1 - 2x = 0$

すなわち，$x^2 + (k-2)x + 1 = 0$ の判別式を D とおくと，$D > 0$

$\therefore\ D = (k-2)^2 - 4$

$\quad = k(k-4)$

$\therefore\ k(k-4) > 0$ より，$\underline{k < 0,\ 4 < k}$ //

ポイント

(1) $D > 0$

(2) ① $D > 0$
② $0 <$ 軸 < 2
③ $f(0) \geqq 0,\ f(2) \geqq 0$

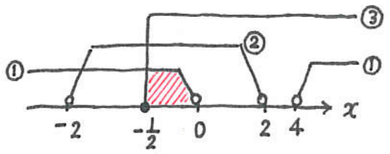
(2) (1) で求めた $k < 0,\ 4 < k$ …① が必要で，さらに，

$f(x) = x^2 + (k-2)x + 1$ とおくと，$y = f(x)$ の軸は，$x = -\dfrac{k-2}{2}$

$\therefore\ 0 < -\dfrac{k-2}{2} < 2 \qquad \therefore\ -2 < k < 2$ …②

$f(0) = 1 \geqq 0$ かつ $f(2) = 2k + 1 \geqq 0 \quad \therefore\ k \geqq -\dfrac{1}{2}$ …③

①～③より，



$\therefore\ \underline{-\dfrac{1}{2} \leqq k < 0}$ //