

2010年B方式第3問

3 平面上のベクトル  $\vec{a} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$ ,  $\vec{b} = (\cos \beta, \sin \beta)$  で,  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  のあいだに

$$|p\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{3}|\vec{a} - p\vec{b}|, \quad p > 0$$

の関係がある。次の問題に答えよ。

- (1)  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  のそれぞれの大きさ  $|\vec{a}|$  と  $|\vec{b}|$  を求めよ。
- (2)  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  の内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  を  $p$  の式で表わせ。
- (3)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  の最小値  $q$  を求めよ。
- (4) (3) のときの  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  のなす角  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) を求めよ。
- (5) (4) で  $\beta = \frac{\pi}{4}$ ,  $\alpha \geq \beta$ ,  $0 \leq \alpha \leq \pi$  のとき,  $\alpha$  を求めよ。