

2012年A方式第3問


 数理
石井K

3 下の図において、次のそれぞれの値を求めよ。

- (1) 線分 AB の長さ。
 (2) 線分 AD の長さ。
 (3) $\angle ADB$ の大きさ。

(1) $\angle BAC = 45^\circ$ であるから

正弦定理より、

$$\frac{AB}{\sin 30^\circ} = \frac{50}{\sin 45^\circ}$$

$$\therefore AB = 25\sqrt{2} \quad "$$

(2) $\triangle BDC$ は直角二等辺三角形より、

$$BC = DC \text{ の}$$

$$BD = 50\sqrt{2}$$

\therefore 余弦定理を $\triangle ABD$ に適用して、

$$\begin{aligned} AD^2 &= AB^2 + BD^2 - 2 \cdot AB \cdot BD \cdot \cos \angle ABD \\ &= (25\sqrt{2})^2 + (50\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 25\sqrt{2} \cdot 50\sqrt{2} \cdot \cos 60^\circ \\ &= 25^2 \cdot 2 + 50^2 \cdot 2 - 25 \cdot 50 \cdot 2 \\ &= 25^2 (2 + 8 - 4) \\ &= 25^2 \cdot 6 \end{aligned}$$

$$\therefore AD = 25\sqrt{6} \quad "$$

(3) 余弦定理より、

$$\begin{aligned} \cos \angle ADB &= \frac{AD^2 + BD^2 - AB^2}{2 \cdot AD \cdot BD} \\ &= \frac{25^2 \cdot 6 + 50^2 \cdot 2 - 25^2 \cdot 2}{2 \cdot 25\sqrt{6} \cdot 50\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore \angle ADB = 30^\circ \quad "$$

