



2016年理系第2問

2 等式

$$f'(x) = x^2 + 2\left(\int_0^1 f(t) dt\right)x$$

を満たす関数  $y = f(x)$  を考える.  $c = \int_0^1 f(t) dt$  とおく.

$$(1) f(x) = \frac{1}{3}x^3 + cx^2 + \left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}c - \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}\right) \text{であり,}$$

$$f(0) = 1 \text{ のとき, } c = \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}} \text{ である.}$$

(2)  $c < 0$  とし,  $f(x)$  は  $0 \leq x \leq 1$  において  $x = 1$  で最大値をとるものとする. このとき,  $c$  のとりうる最小の値は

$$\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

であり,  $f(x)$  の  $0 \leq x \leq 1$  における最小値は  $c$  を用いて

$$\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}c^{\boxed{\text{セ}}} + \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}c - \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$$

と表すことができる.

(3) 座標平面において, 関数  $y = f(x)$  のグラフと直線

$$y = -\frac{3}{4}c^2x - \frac{1}{12}$$

が点  $(-1, f(-1))$  で接するとき,  $c = \boxed{\text{ト}}$  である. このとき, 2つのグラフのもう1つの共有点の  $x$  座標は  $\boxed{\text{ナニ}}$  である.