



2013年理系第3問

3 Oを原点とする座標平面において、曲線 $C: y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$)と直線 $l: y = -2x + a$ を考える。ただし、 a は定数とする。

(1) C と l が2個の共有点をもつとき、 a のとりうる値の範囲は、 $a > \boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) (1)の条件のもとで、 C と l の共有点を x 座標の小さい順に P, Q とする。

(i) P の x 座標を α 、 Q の x 座標を β とすると

$$\alpha + \beta = \frac{a}{\boxed{\text{ウ}}}, \quad \beta - \alpha = \frac{\sqrt{a^2 - \boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}, \quad \alpha\beta = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

(ii) $\triangle OPQ$ の面積は

$$\frac{a\sqrt{a^2 - \boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

(iii) 線分 PQ の長さが5であるとき、 $a = \boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ であり、このとき C と l で囲まれた部分の面積は

$$\sqrt{\boxed{\text{シス}}} + \log(\boxed{\text{セ}} - \sqrt{\boxed{\text{ソタ}}})$$

である。