0002175364287999

南山大学

2016年 理工学部 第1問

数理 石井K

1 次の $\boxed{\quad}$ の中に答を入れよ．

(1) 放物線 $C_1 : y = x^2 + ax + 8$ を x 軸方向に5だけ平行移動した放物線 C_2 の方程式は $y = \boxed{ア}$ である．C_2 を y 軸に関して対称移動した放物線が C_1 に一致するとき，定数 a の値を求めると $a = \boxed{イ}$ である．

$x^2+(a-10)x-5a+33$　　5

(2) 455 と 273 の最大公約数は $\boxed{ウ}$ である．また，方程式 $455x + 273y = 2821$ を満たす自然数の組 $(x,\ y)$ をすべて求めると $(x,\ y) = \boxed{エ}$ である．

91　　$(2,7),(5,2)$

(3) $0 < \theta < \pi$ とする．方程式 $\cos 2\theta - \sin\theta = 0$ を解くと $\theta = \boxed{オ}$ であり，方程式 $\sin 2\theta - \cos 2\theta - \sqrt{6}\sin\theta + 1 = 0$ を解くと $\theta = \boxed{カ}$ である．

$\frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi$　　$\frac{\pi}{12},\ \frac{5}{12}\pi$

(4) 3つのさいころを同時に投げる．このとき，出る目の積が奇数になる確率は $\boxed{キ}$ であり，出る目の積が4以上の偶数になる確率は $\boxed{ク}$ である．

$\frac{1}{8}$　　$\frac{31}{36}$

(1) $C_2 : y = (x-5)^2 + a(x-5) + 8$

$\therefore\ \underline{C_2 : y = x^2 + (a-10)x - 5a + 33}$ //

これを y 軸に関して対称移動させると，$y = (-x)^2 + (a-10)\cdot(-x) - 5a + 33$

$\therefore\ y = x^2 - (a-10)x - 5a + 33$

C_1 と係数を比べて，$a = -a + 10$ かつ $8 = -5a + 33$　　$\therefore\ \underline{a = 5}$ //

(2) $455 = 5\times7\times13$，$273 = 3\times7\times13$

$\therefore$ 最大公約数は．$7\times13 = \underline{91}$ //

$\therefore\ 455x + 273y = 2821 \iff 5x + 3y = 31 \cdots①$ ← x, y は自然数であり，解の個数が少ないのでここからは自力で調べていってもよい

$5\cdot5 + 3\cdot2 = 31 \cdots②$ ← 特殊解を見つけた．

①−② より．$5(x-5) + 3(y-2) = 0$　　$\therefore\ 5(x-5) = -3(y-2)$

5と3は互いに素より，$x - 5 = 3k$ (k：整数)，　$\therefore\ x = 3k+5$，$y = -5k+2$

x, y は自然数より，$\underline{(x,y) = (2,7),(5,2)}$ //

(3) $1 - 2\sin^2\theta - \sin\theta = 0$　　$\therefore\ (2\sin\theta - 1)(\sin\theta + 1) = 0$　　$0<\theta<\pi$ より，$\underline{\theta = \frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi}$ //

$2\sin\theta\cos\theta - (1 - 2\sin^2\theta) - \sqrt{6}\sin\theta + 1 = 0$　　$\therefore\ 2\sin\theta\left(\sin\theta + \cos\theta - \frac{\sqrt{6}}{2}\right) = 0$

$0<\theta<\pi$ より，$\sin\theta > 0$ なので，$\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{6}}{2}$　　$\therefore\ \sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$　　ここで $\frac{\pi}{4} < \theta + \frac{\pi}{4} < \frac{5}{4}\pi$ より，$\theta + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3},\ \frac{2}{3}\pi$　　$\therefore\ \underline{\theta = \frac{\pi}{12},\ \frac{5}{12}\pi}$ //

(4) 積が奇数 $\iff$ 3個とも奇数　$\therefore\ \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \underline{\frac{1}{8}}$ //

$\{1,1,2\}$

余事象より．積が偶数となるのは．$\frac{7}{8}$　そのうち 2となるのは．$\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\frac{1}{6}\cdot{}_3C_1 = \frac{1}{72}$　　$\therefore\ \frac{7}{8} - \frac{1}{72} = \underline{\frac{31}{36}}$ //