



2014年農・文化教育学部 第4問



4 箱の中に1から4までの番号が1つずつ書かれた4枚のカードが入っている。また、手元に0の番号が書かれたカードをもっているとする。箱の中からカードを1枚引き、手元のカードと比較して番号の小さい方のカードを箱に戻して、大きい方のカードを手元に残すという試行を繰り返す。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 3回繰り返して手元のカードが4である確率を求めよ。また、 n 回繰り返して手元のカードが4である確率を求めよ。
 (2) 3回繰り返して手元のカードが2である確率を求めよ。また、 n 回繰り返して手元のカードが2である確率を求めよ。
 (3) n 回繰り返して手元のカードが3である確率を求めよ。

(1) 1回でも4のカードを引けば、必ず手元に残るから
 3回とも4以外のカードを引く確率は $(\frac{3}{4})^3 = \frac{27}{64}$
 余事象より $1 - \frac{27}{64} = \frac{37}{64}$

n 回するときも同様にして、 $1 - (\frac{3}{4})^n$

(2) 3回とも、2以下のカードを引く確率は $(\frac{2}{4})^3 = \frac{1}{8}$

また、0,1のみを引くのは $(\frac{1}{4})^3 = \frac{1}{64}$

$$\therefore \frac{1}{8} - \frac{1}{64} = \frac{7}{64}$$

n 回するときも同様にして、 $(\frac{2}{4})^n - (\frac{1}{4})^n = \frac{1}{2^n} - \frac{1}{4^n}$

(3) 手元に1のカードが残るのは、 $(\frac{1}{4})^n$

$$\begin{aligned} \therefore (2) \text{より、余事象から} & 1 - \underbrace{\left(1 - (\frac{3}{4})^n\right)}_{4 \text{ のとき}} - \underbrace{\left(\frac{1}{2^n} - \frac{1}{4^n}\right)}_{2 \text{ のとき}} - \underbrace{\left(\frac{1}{4}\right)^n}_{1 \text{ のとき}} \\ & = \left(\frac{3}{4}\right)^n - \frac{1}{2^n} + \frac{1}{4^n} - \frac{1}{4^n} \end{aligned}$$

0が手元に残ることは無い

$$= \left(\frac{3}{4}\right)^n - \frac{1}{2^n}$$

残る可能性のあるのは
1, 2, 3, 4