

2013年第1問

- 1 以下の問い合わせの空欄 [ア] ~ [コ] に入れるのに適する数値、式を解答箇所に記せ。証明や説明は必要としない。

(1) $\sqrt{6+4\sqrt{2}}$ の小数部分を a とすると、 $a = \boxed{\text{ア}}$, $a^2 - \frac{1}{a^2} = \boxed{\text{イ}}$ となる。 $\sqrt{2}-1$ $-4\sqrt{2}$

(2) 2次関数 $y = 3x^2 - 6x + a + 6$ ($0 \leq x \leq 3$) の最小値が 5 となるような定数 a の値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。また、このとき最大値は $\boxed{\text{エ}}$ である。 17 2

(3) 0, 1, 2, 3, 4, 5 の 6 個の数字から異なる 3 個の数字を取り出して並べ、3 桁の整数を作るとき、整数は全部で $\boxed{\text{オ}}$ 個、偶数は全部で $\boxed{\text{カ}}$ 個となる。 52

(4) 円内接する四角形 ABCD において、AB = 5, BC = CD = 7, DA = 3 とする。∠BAD = θ とする 100 き、cos θ は $\boxed{\text{キ}}$ 、四角形 ABCD の面積は $\boxed{\text{ク}}$ である。 $16\sqrt{3}$

(5) 赤いカード 4 枚、青いカード 3 枚、合計 7 枚のカードがある。この中から 2 枚のカードを同時に取り出す $-\frac{1}{2}$ とき、2 枚とも赤いカードとなる確率は $\boxed{\text{ケ}}$ である。また、赤いカードを 1 点、青いカードを 5 点とするとき、取り出した 2 枚のカードの合計点の期待値は $\boxed{\text{コ}}$ である。 $\frac{2}{7}$ $\frac{38}{7}$

$$(1) \sqrt{6+4\sqrt{2}} = \sqrt{6+2\sqrt{8}} = 2+\sqrt{2} \quad 3 < 2+\sqrt{2} < 4 \text{ より。 } a = \sqrt{2}-1$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1 \text{ より。 } a^2 - \frac{1}{a^2} = (\sqrt{2}-1)^2 - (\sqrt{2}+1)^2 = -4\sqrt{2}$$

$$(2) y = 3(x-1)^2 + a + 3 \quad \therefore \text{最小値は } a+3=5 \quad \therefore a=2$$

最大値は $x=3$ のとき。 $a+15=17$

(3) 整数は、 $5 \times 5P_2 = 100$ 個、1の位が 0 のものは、 $5P_2 = 20$ 個。

1の位が 2, 4 のものは、それぞれ $4 \times 4P_1 = 16$ 個 \therefore 偶数は $20+16+16=52$ 個

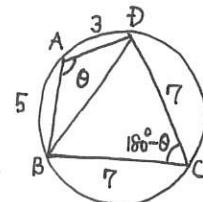
(4) 余弦定理より。

$$BD^2 = 5^2 + 3^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3 \cos \theta \quad \cdots ①$$

$$BD^2 = 7^2 + 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot 7 \cos(180^\circ - \theta) \quad \cdots ②$$

$$\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta \text{ より。 } ① - ② \text{ を計算して。 } \cos \theta = -\frac{1}{2}$$

$$\theta = 120^\circ \text{ なので。 } S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 \sin 120^\circ + \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 7 \sin 60^\circ = 16\sqrt{3}$$



$$(5) 2 \text{ 枚とも赤 } \cdots \frac{4C_2}{7C_2} = \frac{2}{7} \quad (2 \text{ 点}) \quad 1 \text{ 枚ずつ } \cdots \frac{4 \cdot 3}{7C_2} = \frac{4}{7} \quad (6 \text{ 点}) \quad 2 \text{ 枚とも青 } \cdots \frac{3C_2}{7C_2} = \frac{1}{7} \quad (10 \text{ 点})$$

$$\text{よって期待値は。 } 2 \times \frac{2}{7} + 6 \times \frac{4}{7} + 10 \times \frac{1}{7} = \frac{38}{7}$$