

2014年 第4問

4 コインを連続して投げる試行を考える。表が出た回は賞金が得られ、裏が出た回の賞金は0円とする。賞金は、1回目の試行で表なら1円、直前に裏が出て表が出たら1円である。裏が出た直後の試行または1回目の試行から数えて n 回 ($n \geq 2$) 続けて表が出ると、この n 回目の表に対して n 円得られるとする。たとえば、5回投げて表、表、裏、表、表の順に出た場合に(表、表、裏、表、表)と表記する。この場合には $1+2+0+1+2$ の合計6円の賞金が得られる。以下の問題に答えよ。

- (1) 2回コインを投げ、2回とも表が出る確率を求めよ。 $(1) \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ //
- (2) 2回コインを投げたとき、得られる賞金の期待値を求めよ。
- (3) 5回コインを投げて3回表が出たとする。得られる賞金が最も多いときと最も少ないときの賞金の差を求めよ。
- (4) 5回コインを投げたとき、得られる賞金が4円である確率を求めよ。
- (5) 5回コインを投げたとき、得られる賞金が3円以下である確率を求めよ。

$$(2) 3円 \cdots \frac{1}{4}, 2円 \cdots 0, 1円 \cdots \frac{1}{2}, 0円 \cdots \frac{1}{4}$$

$$\therefore (\text{期待値}) = 3 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot 0 + 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{4} \text{円} //$$

(3) 最も多いときは、(表、表、表、裏、裏)などで6円。

少ない (表、裏、表、裏、表) で3円 $\therefore 6 - 3 = 3 \text{円} //$

(4) (表、表、裏、裏、表), (表、表、裏、表、裏), (裏、表、表、裏、表)

(表、裏、裏、表、表), (表、裏、表、表、裏), (裏、表、裏、表、表) の6通り。

$$\therefore \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 6 = \frac{3}{16} //$$

$$(5) 0円 \cdots \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}, 1円 \cdots \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot 5C1 = \frac{5}{32}$$

2円 \cdots (表、裏、表、裏、裏), (表、裏、裏、表、裏), (表、裏、裏、裏、表)

(裏、表、裏、表、裏), (裏、表、裏、裏、表), (裏、裏、表、裏、表) の6通り

$$\therefore \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 6 = \frac{6}{32}$$

3円 \cdots (表、裏、表、裏、表) $\cdots \frac{1}{32}$

\cdots (表、表、裏、裏、裏) など4通り $\frac{4}{32}$

$$\text{以上より} \frac{1+5+6+1+4}{32} = \frac{17}{32} //$$