0001873456218999

北九州市立大学

2013年 第2問　　1枚目／2枚　　数理 石井K

2 以下の問いの空欄 サ ～ ト に入れるのに適する数値，式を解答箇所に記せ．証明や説明は必要としない．

(1) iを虚数単位とする．$x = 1 + i$ および $y = 1 - i$ のとき，$x^2 + 5xy + 4y^2$ の値は実部が サ（10），虚部が シ（-6）となる．

(2) 2点$(-1,\ 0)$，$(3,\ 2)$を通る半径が$\sqrt{10}$の円は，中心の座標が(ス（0）, セ（3）)のものと(ソ（2）, タ（-1）)のものがある．

(3) αとβが鋭角で，$\sin\alpha = \frac{1}{3}$，$\sin\beta = \frac{3}{5}$のとき，$\sin(\alpha + \beta)$の値は チ（$\frac{4+6\sqrt{2}}{15}$）である．

(4) 方程式$\log_2 x \cdot \log_2 \frac{x}{2} = 12$の解は，$x =$ ツ（$\frac{1}{8}$）と$x =$ テ（16）である．

(5) 数列$\{a_n\}$の初項から第n項までの和S_nが，$S_n = n \cdot 2^{n+1}$で表されるとき，この数列の一般項a_nは ト となる．

$a_n = (n+1)\cdot 2^n$

(1) $x^2 + 5xy + 4y^2 = (x+y)(x+4y)$

$= 2(5-3i)$

$= 10 - 6i$　　∴ 実部が10，虚部が-6 //

(2) 円の方程式を $(x-p)^2 + (y-q)^2 = 10$ とおくと，

$(-1-p)^2 + (-q)^2 = 10$　　∴ $p^2 + 2p + q^2 = 9$ …①

$(3-p)^2 + (2-q)^2 = 10$　　∴ $p^2 - 6p + q^2 - 4q = -3$ …②

①−②より，$8p + 4q = 12$　　∴ $q = 3 - 2p$ …③

これを①に代入して，$p^2 + 2p + (3-2p)^2 = 9$

∴ $5p^2 - 10p = 0$

∴ $5p(p-2) = 0$　∴ $p = 0, 2$　③より $(p, q) = (0, 3), (2, -1)$ //

(3) $\sin\alpha = \frac{1}{3}$ より，$\cos^2\alpha = 1 - \frac{1}{9}$　α：鋭角より $\cos\alpha > 0$ なので $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\sin\beta = \frac{3}{5}$ より 同様にして，$\cos\beta = \frac{4}{5}$

∴ $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$= \frac{1}{3}\cdot\frac{4}{5} + \frac{2\sqrt{2}}{3}\cdot\frac{3}{5}$

$= \frac{4+6\sqrt{2}}{15}$ //

0001873456218999

北九州市立大学

2013年 第2問　　2枚目/2枚　　数理 石井K

$\boxed{2}$ 以下の問いの空欄 $\boxed{サ}$ ～ $\boxed{ト}$ に入れるのに適する数値，式を解答箇所に記せ．証明や説明は必要としない．

(1) i を虚数単位とする．$x = 1 + i$ および $y = 1 - i$ のとき，$x^2 + 5xy + 4y^2$ の値は実部が $\boxed{サ}$，虚部が $\boxed{シ}$ となる．

(2) 2点$(-1,\ 0)$，$(3,\ 2)$を通る半径が $\sqrt{10}$ の円は，中心の座標が$(\boxed{ス},\ \boxed{セ})$のものと$(\boxed{ソ},\ \boxed{タ})$のものがある．

(3) α と β が鋭角で，$\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$，$\sin\beta = \dfrac{3}{5}$ のとき，$\sin(\alpha + \beta)$ の値は $\boxed{チ}$ である．

(4) 方程式 $\log_2 x \cdot \log_2 \dfrac{x}{2} = 12$ の解は，$x = \boxed{ツ}$ と $x = \boxed{テ}$ である．

(5) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が，$S_n = n \cdot 2^{n+1}$ で表されるとき，この数列の一般項 a_n は $\boxed{ト}$ となる．

(4) 真数条件より，$x > 0$ …①

$t = \log_2 x$ とおくと，方程式は $t(t-1) = 12$

$\therefore t^2 - t - 12 = 0$

$\therefore (t+3)(t-4) = 0$

$\therefore t = -3,\ 4$

$\log_2 x = -3,\ 4$ より $\underline{x = \frac{1}{8},\ 16}$ // これは①をみたす

(5) $n \geqq 2$ のとき，$S_{n-1} = (n-1) \cdot 2^n$ …② であるから

$S_n = n \cdot 2^{n+1}$ …③ として

③－② より，$S_n - S_{n-1} = n \cdot 2^{n+1} - (n-1) \cdot 2^n$ $(n \geqq 2)$

左辺は，a_n であるから　$a_n = n \cdot 2 \cdot 2^n - (n-1) \cdot 2^n$ $(n \geqq 2)$

$\therefore a_n = (n+1) \cdot 2^n$ $(n \geqq 2)$ …④

$a_1 = S_1 = 1 \cdot 2^2 = 4$ であり ④ は $n = 1$ のときも成り立つことがわかる

$\therefore \underline{a_n = (n+1) \cdot 2^n}$ //