0002280909177999

北九州市立大学

2016年 国際環境工 第2問　1枚目／2枚

数理 石井K

2 以下の問いの空欄 $\boxed{サ}$ ～ $\boxed{ニ}$ に入れるのに適する数値，式を答えよ．

(1) 2次方程式 $2x^2-3x+2=0$ の解を α，β とするとき，α^2，β^2 を解とする2次方程式の1つは $\boxed{サ}$ である．　$4x^2-x+4=0$

(2) 3点 A$(-1,\ 7)$，B$(2,\ 1)$，C$(3,\ 4)$ を通る円の方程式は $\boxed{シ}$ である．また，この円と直線 $y=x+k$ が接するとき $k=$ $\boxed{ス}$，$\boxed{セ}$ である．　$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{25}{2}$　-1　9

(3) 関数 $y=\cos 2x+2\sin x$ $(0 \leqq x < 2\pi)$ の最大値，最小値と，そのときの x の値を求めると，$x=$ $\boxed{ソ}$，$\boxed{タ}$ のとき最大値 $y=$ $\boxed{チ}$ をとり，$x=$ $\boxed{ツ}$ のとき最小値 $y=$ $\boxed{テ}$ をとる．　$\frac{\pi}{6}$　$\frac{5}{6}\pi$　$\frac{3}{2}$　$\frac{3}{2}\pi$　-3

(4) 不等式 $\log_2(x+5)+\log_2(x-2)<3$ を満たす x の範囲は $\boxed{ト}$ である．　$2<x<3$

(5) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が，$S_n=2n^2-n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ と表されるとき，この数列の一般項 a_n は $\boxed{ナ}$ であり，$a_1a_2+a_2a_3+a_3a_4+\cdots+a_na_{n+1}$ を n の式で表すと $\boxed{ニ}$ である．　$4n-3$　$\frac{1}{3}n(16n^2+12n-13)$

(1) 解と係数の関係より

$\alpha+\beta=\frac{3}{2}$，$\alpha\beta=1$

$\therefore\ \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=\frac{9}{4}-2=\frac{1}{4}$

$\alpha^2\beta^2=(\alpha\beta)^2=1$

$\therefore\ x^2-\frac{1}{4}x+1=0$

$\therefore\ \underline{4x^2-x+4=0}$ //

(2) 求める円の方程式を $x^2+y^2+ax+by=c$ とおくと．

$(-1)^2+7^2-a+7b=c$　　$\therefore\ a-7b+c=50$ …①

$2^2+1^2+2a+b=c$　　$\therefore\ -2a-b+c=5$ …②

$3^2+4^2+3a+4b=c$　　$\therefore\ -3a-4b+c=25$ …③

①－②より．$3a-6b=45$　　$\therefore\ a-2b=15$ …④

②－③より．$a+3b=-20$ …⑤　　⑤－④より．$5b=-35$　$\therefore\ b=-7$

⑤に代入して．$a=1$　　①に代入して．$c=0$

$\therefore\ x^2+y^2+x-7y=0$　　$\therefore\ \underline{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{25}{2}}$ //

円の中心は $\left(-\frac{1}{2},\ \frac{7}{2}\right)$ 半径は $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ より

$\frac{\left|-\frac{1}{2}-\frac{7}{2}+k\right|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$　　これを解いて．$\underline{k=-1,\ 9}$ //

0002280909177999

北九州市立大学

2016年 国際環境工 第2問　2枚目／2枚

数理 石井K

2 以下の問いの空欄 サ ～ ニ に入れるのに適する数値，式を答えよ．

(1) 2次方程式 $2x^2-3x+2=0$ の解を α，β とするとき，α^2，β^2 を解とする2次方程式の1つは サ である．

(2) 3点 A$(-1,\ 7)$，B$(2,\ 1)$，C$(3,\ 4)$ を通る円の方程式は シ である．また，この円と直線 $y=x+k$ が接するとき $k=$ ス ， セ である．

(3) 関数 $y=\cos 2x+2\sin x$ $(0 \leqq x < 2\pi)$ の最大値，最小値と，そのときの x の値を求めると，$x=$ ソ ， タ のとき最大値 $y=$ チ をとり，$x=$ ツ のとき最小値 $y=$ テ をとる．

(4) 不等式 $\log_2(x+5)+\log_2(x-2)<3$ を満たす x の範囲は ト である．

(5) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が，$S_n=2n^2-n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ と表されるとき，この数列の一般項 a_n は ナ であり，$a_1a_2+a_2a_3+a_3a_4+\cdots+a_na_{n+1}$ を n の式で表すと ニ である．

(3) $y=1-2\sin^2 x+2\sin x$

$=-2(\sin^2 x-\sin x)+1$

$=-2\left(\sin x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{2}$

$\therefore$ $\sin x$ は．$0\leqq x<2\pi$ より．$-1\leqq \sin x\leqq 1$

$\therefore \begin{cases} x=\frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi \text{ のとき最大値 } \frac{3}{2} \\ x=\frac{3}{2}\pi \text{ のとき．最小値 } -3 \end{cases}$ //

(4) 真数条件より．$x+5>0$ かつ $x-2>0$ $\Leftrightarrow$ $x>2$ …①

このとき．$\log_2(x+5)(x-2)<\log_2 8$

$\therefore (x+5)(x-2)<8$

$\therefore x^2+3x-18<0$

$(x+6)(x-3)<0$

$\therefore -6<x<3$ 　①より $\underline{2<x<3}$ //

(5) $n\geqq 2$ のとき．$S_{n-1}=2(n-1)^2-(n-1)$ …② 　$S_n=2n^2-n$ …③

③－②より．$a_n=2n^2-n-\{2(n-1)^2-(n-1)\}$ 　$\therefore a_n=4n-3$

$S_1=a_1=1$ より．これは $n=1$ でも成り立つ 　$\therefore \underline{a_n=4n-3}$ //

$a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_na_{n+1}=\sum_{k=1}^{n}(4k-3)(4k+1)=\sum_{k=1}^{n}16k^2-8k-3=\underline{\frac{1}{3}n(16n^2+12n-13)}$ //