

2014年 経済 第2問

2 2つの曲線  $C_1: f(x) = x^3 - x$  と  $C_2: g(x) = x^3 + x^2 + ax$  について考える。ただし、 $a$  は定数である。曲線  $C_1$  上の点  $A(\frac{1}{2}, -\frac{3}{8})$  における接線を  $l$  とし、点  $A$  と異なる点  $B(p, q)$  において曲線  $C_1$  と直線  $l$  は交わっている。以下の問題に答えよ。

- (1) 曲線  $C_1$  を原点に関して対称移動したグラフは  $C_1$  自身であることを証明せよ。
- (2) 直線  $l$  の方程式と  $p, q$  の値を求めよ。
- (3) 関数  $f(x)$  の  $p \leq x \leq \frac{1}{2}$  における最大値と最小値を求めよ。
- (4) 関数  $g(x)$  が極値を持たないための必要十分条件を導関数  $g'(x)$  を用いて表せ。また、このときの定数  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (5)  $a = 1$  のとき、2つの曲線  $C_1$  と  $C_2$  で囲まれた図形の面積を求めよ。