

2017年 国際環境工 第4問

4 原点を O とする座標平面上の楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 上の動点 $P(x_1, y_1)$ ($x_1 > 0, y_1 > 0$) における接線と x 軸, y 軸との交点をそれぞれ A, B とする. これについて, 以下の問いに答えよ.

(1) (i), (ii) の手順で点 P における接線の方程式を求めよ.

(i) 点 P における接線の傾きを m とするとき, m は

$$m = -\frac{b^2 x_1}{a^2 y_1}$$

であることを示せ.

(ii) (i) の m を用いて, 接線の方程式を求めよ.

(2) $\triangle OAB$ の面積 S を a, b, x_1, y_1 を用いて表せ.

(3) (2) で表した面積 S の最小値と, そのときの点 P の座標を求めよ.