

2017年 経済 第2問

2 座標平面上の放物線  $C: y = \frac{x^2}{2}$  と直線  $l_1: y = -x + \frac{t^2 - 1}{2}$  を考える。ただし、 $t$  は  $t > 1$  を満たす定数である。放物線  $C$  と直線  $l_1$  の2つの交点を  $A_1(\alpha_1, \beta_1)$ ,  $A_2(\alpha_2, \beta_2)$  とおく。ただし、 $\alpha_1 < \alpha_2$  とする。また、直線  $l_1$  と  $y$  軸との交点を  $B$  とおく。さらに、点  $B$  を通り直線  $l_1$  と直交する直線を  $l_2$  とし、放物線  $C$  と直線  $l_2$  の交点で第2象限にあるものを  $A_3(\alpha_3, \beta_3)$  とおく。以下の問題に答えよ。

- (1) 直線  $l_2$  の式を  $t$  を用いて表せ。
- (2)  $\alpha_1$  と  $\alpha_2$  を  $t$  を用いて表せ。
- (3) 放物線  $C$  と直線  $l_1$  で囲まれる図形の面積を  $S$  とする。面積  $S$  を  $t$  を用いて表せ。
- (4) 放物線  $C$  と線分  $A_1B$  と線分  $A_3B$  で囲まれる図形の面積を  $T$  とする。面積  $T$  を  $t$  を用いて表せ。
- (5)  $S - 2T$  を最小にする  $t$  の値を求めよ。